

Un framework pour les Diagrammes de Décision

Application à la représentation d'espace d'état
pour les réseaux de Petri

Alban Linard^{1,2} Emmanuel Paviot-Adet¹ Fabrice Kordon¹
Samuel Charron²

¹Laboratoire d'Informatique de Paris 6

²Laboratoire de Recherche et Développement de l'EPITA

14 novembre 2008

Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction

$$f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \overline{\bar{a}} \wedge b$$

Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction

$$f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \overline{\bar{a}} \wedge b$$

- ▶ Énumération

$c = 0$	$a = 1$	$b = 0$	$f(a, b, c) = 1$
$a = 1$	$b = 1$	$c = 0$	$f(a, b, c) = 1$
$c = 0$	$b = 0$	$a = 0$	$f(a, b, c) = 1$
...	$f(a, b, c) = 0$

Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction

$$f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$$

- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ Énumération ordonnée

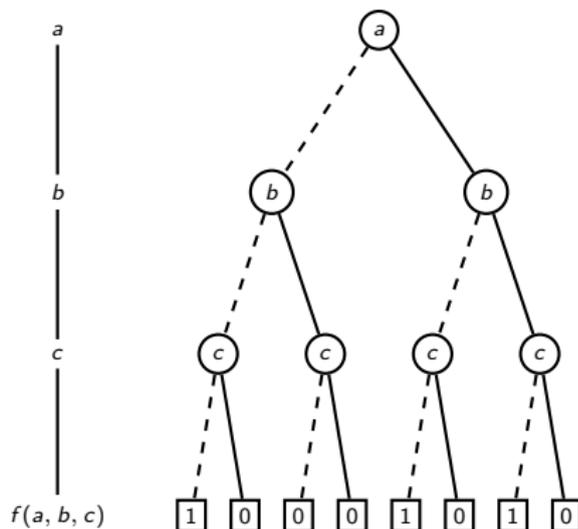
a	b	c	$f(a, b, c)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction

$$f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$$

- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ Arbre de Décision

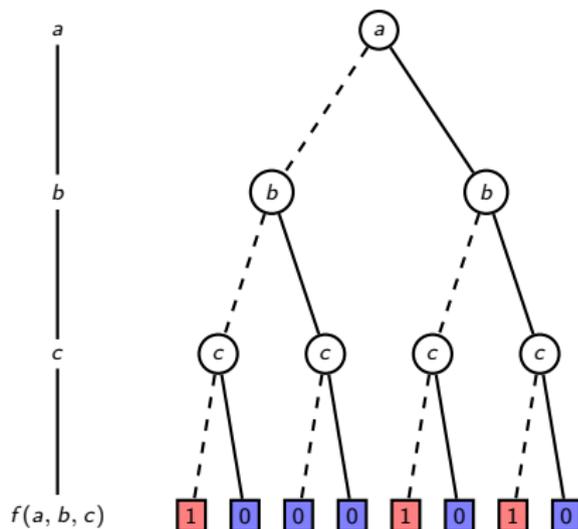


Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction

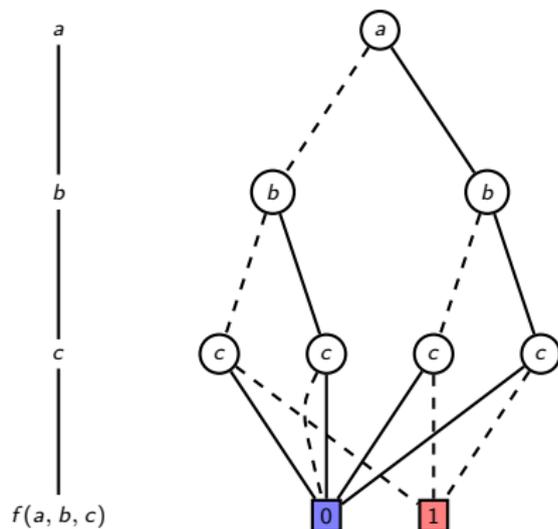
$$f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$$

- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



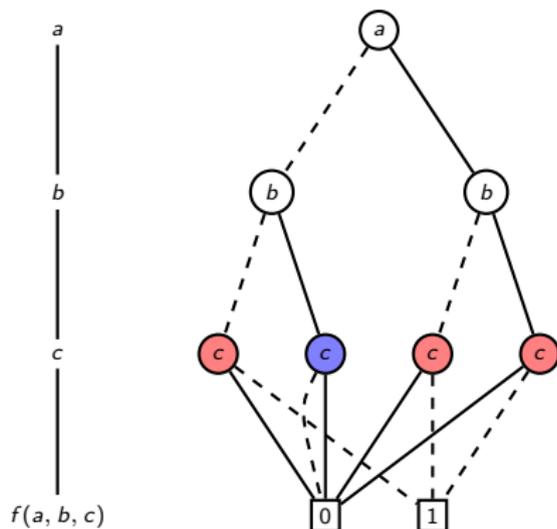
Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction
 $f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$
- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



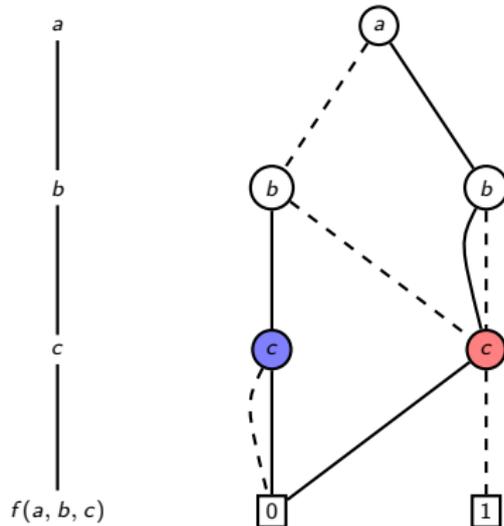
Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction
 $f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$
- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



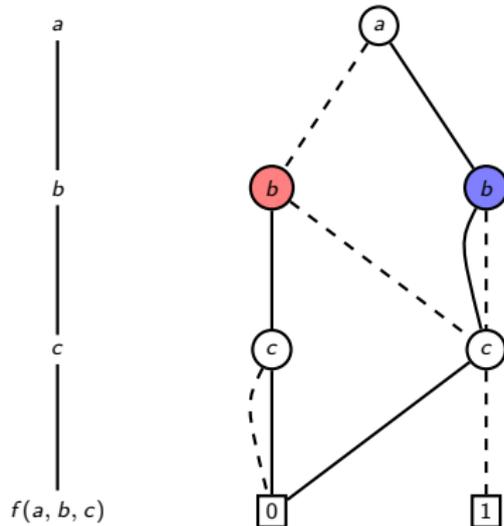
Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction
 $f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$
- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



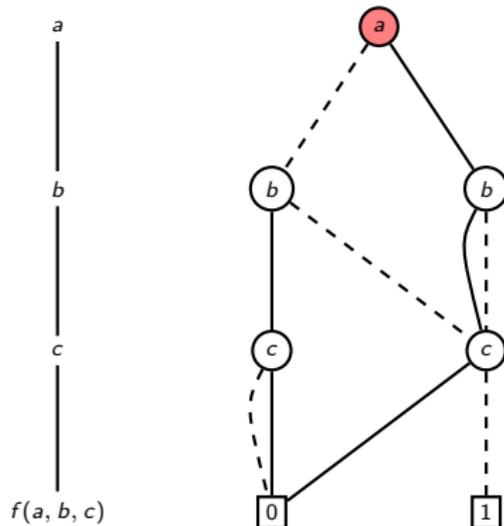
Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction
 $f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$
- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



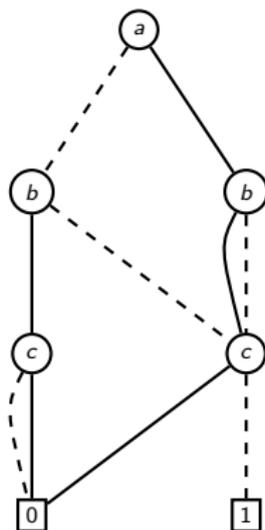
Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction
 $f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$
- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



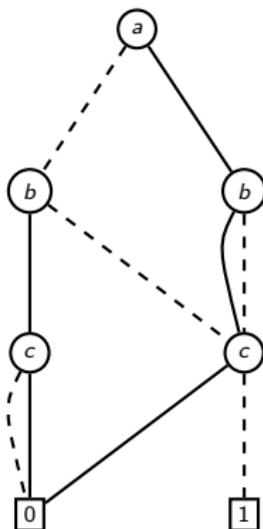
Diagrammes de Décision : Principes

- ▶ Fonction
 $f(a, b, c) = \bar{c} \wedge \bar{a} \wedge b$
- ▶ ~~Énumération~~
- ▶ ~~Énumération ordonnée~~
- ▶ ~~Arbre de Décision~~
- ▶ Diagramme de Décision



Optimisations : Principes

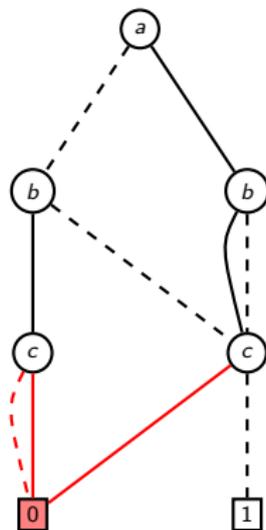
Réduction réversible
du DD :



Optimisations : Principes

Réduction réversible
du DD :

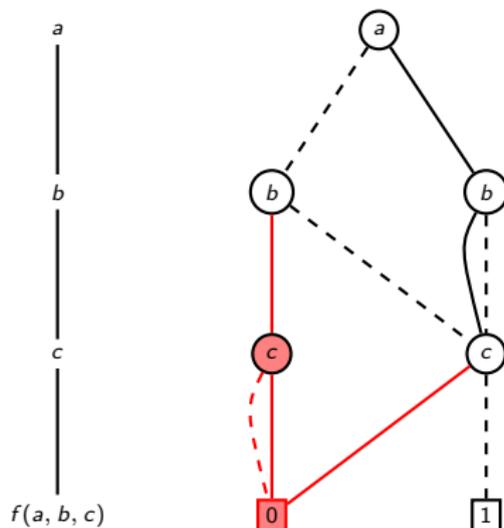
- ▶ **Terminal 0**
(terminal évanescent)



Optimisations : Principes

Réduction réversible
du DD :

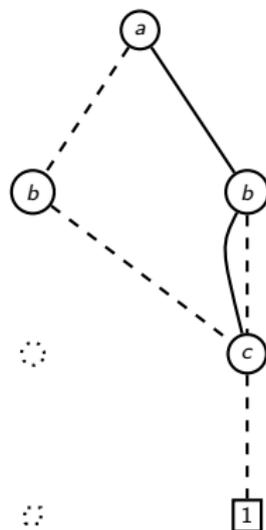
- ▶ **Terminal 0**
(terminal évanescent)



Optimisations : Principes

Réduction réversible
du DD :

- ▶ **Terminal 0**
(terminal évanescent)

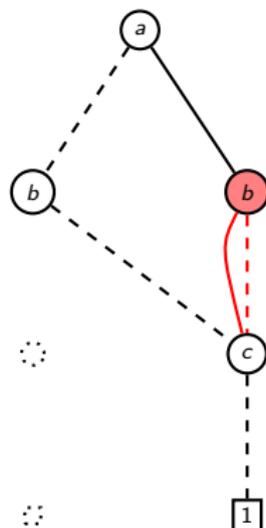


Optimisations : Principes

Réduction réversible

du DD :

- ▶ Terminal 0
(terminal évanescent)
- ▶ “Don't care”
(domaine transparent)

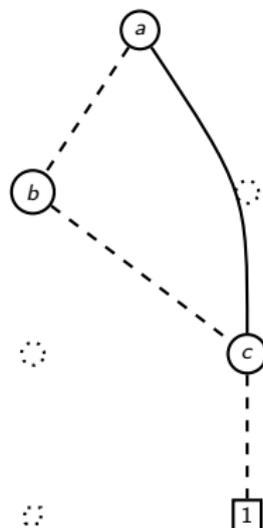


Optimisations : Principes

Réduction réversible

du DD :

- ▶ Terminal 0
(terminal évanescent)
- ▶ “Don't care”
(domaine transparent)

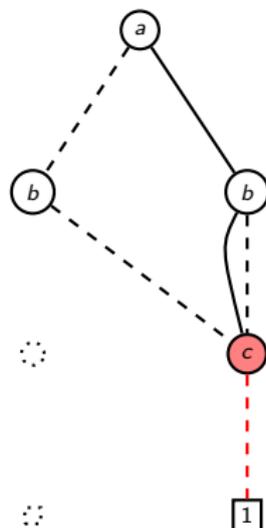


Optimisations : Principes

Réduction réversible

du DD :

- ▶ Terminal 0
(terminal évanescent)
- ▶ “Don't care”
(domaine transparent)
- ▶ “Zero-Suppressed”
(domaine transparent)

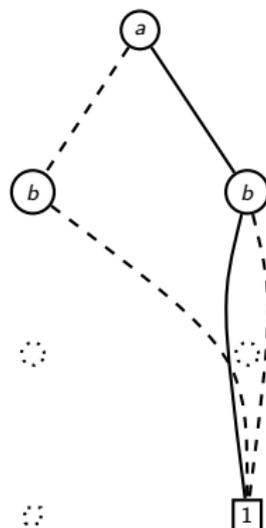


Optimisations : Principes

Réduction réversible

du DD :

- ▶ Terminal 0
(terminal évanescent)
- ▶ “Don't care”
(domaine transparent)
- ▶ “Zero-Suppressed”
(domaine transparent)



Optimisations : Principes

Réduction réversible

du DD :

- ▶ Terminal 0
(terminal évanescent)
- ▶ “Don't care”
(domaine transparent)
- ▶ “Zero-Suppressed”
(domaine transparent)



Optimisations : Principes

Réduction réversible

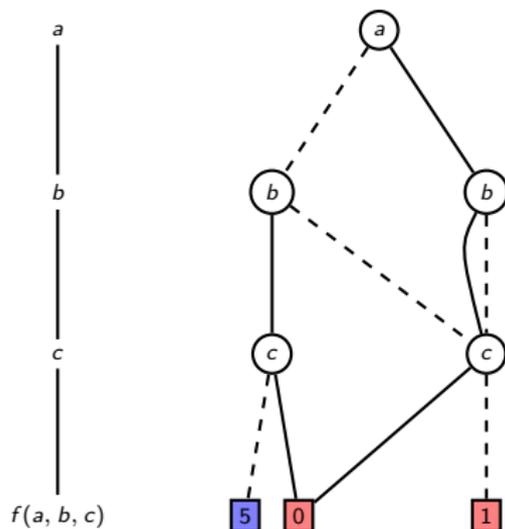
du DD :

- ▶ Terminal 0
(terminal évanescent)
- ▶ “Don't care”
(domaine transparent)
- ▶ “Zero-Suppressed”
(domaine transparent)
- ▶ Certaines sont
incompatibles ou pas
toujours applicables

Vers une généralisation

Caractéristiques :

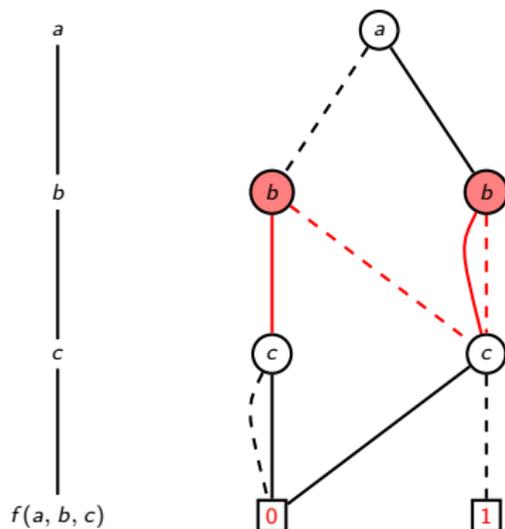
- ▶ **Domaine de sortie**
- ▶ Domaines des variables
- ▶ Ordre des variables



Vers une généralisation

Caractéristiques :

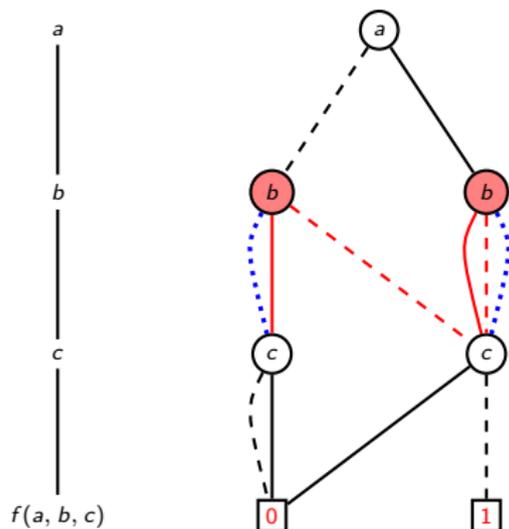
- ▶ Domaine de sortie
- ▶ Domaines des variables
- ▶ Ordre des variables



Vers une généralisation

Caractéristiques :

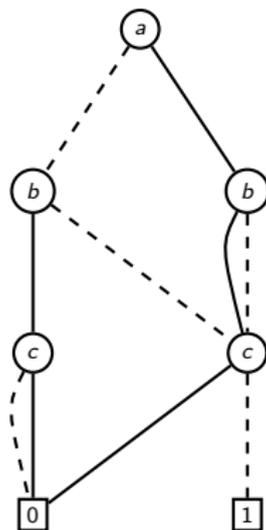
- ▶ Domaine de sortie
- ▶ Domaines des variables
- ▶ Ordre des variables



Vers une généralisation

Caractéristiques :

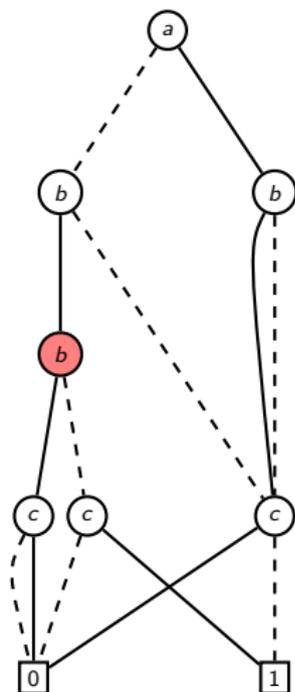
- ▶ Domaine de sortie
- ▶ Domaines des variables
- ▶ **Ordre des variables**



Vers une généralisation

Caractéristiques :

- ▶ Domaine de sortie
- ▶ Domaines des variables
- ▶ **Ordre des variables**
 - ▶ Représentation de structures dynamiques ? (listes, ...)
 - ▶ Limite de la notion d'ordre
→ assouplie



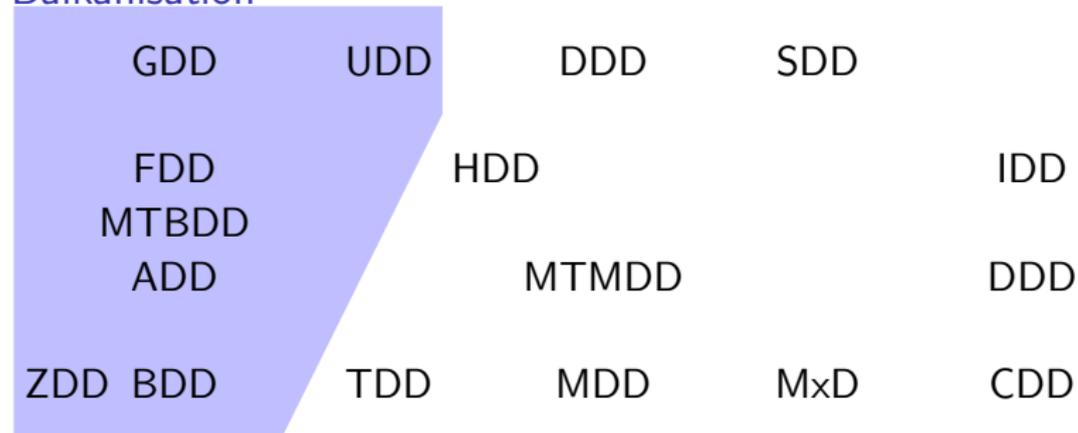
Réunification

Balkanisation

GDD	UDD	DDD	SDD	
FDD		HDD		IDD
MTBDD				
ADD		MTMDD		DDD
ZDD BDD	TDD	MDD	MxD	CDD

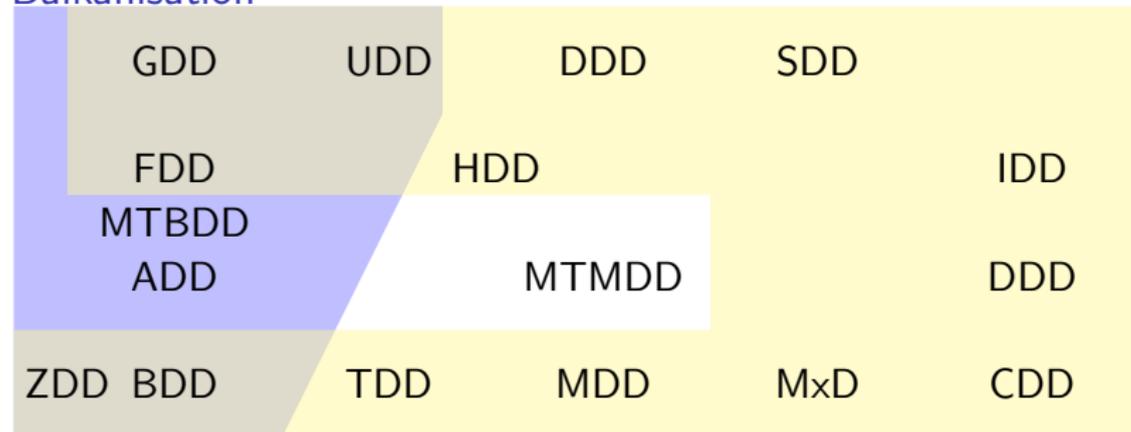
Réunification

Balkanisation



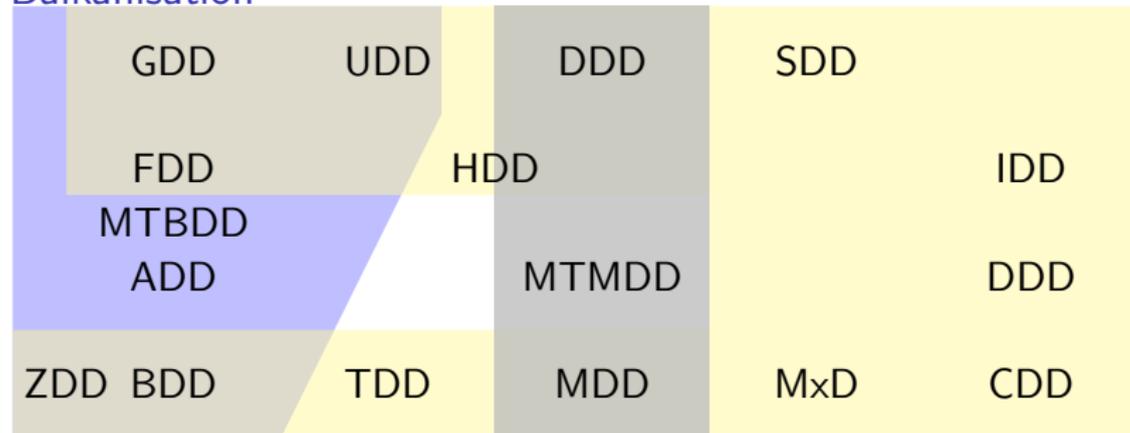
Réunification

Balkanisation



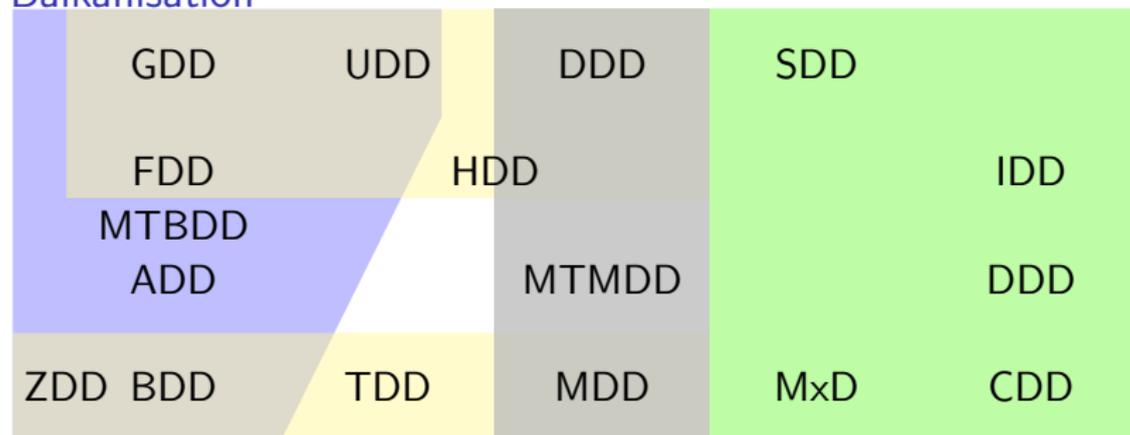
Réunification

Balkanisation



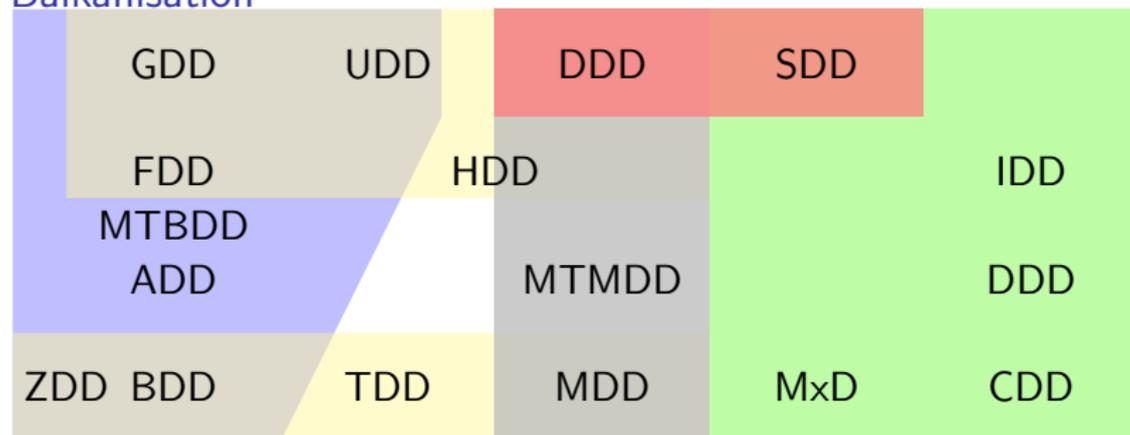
Réunification

Balkanisation



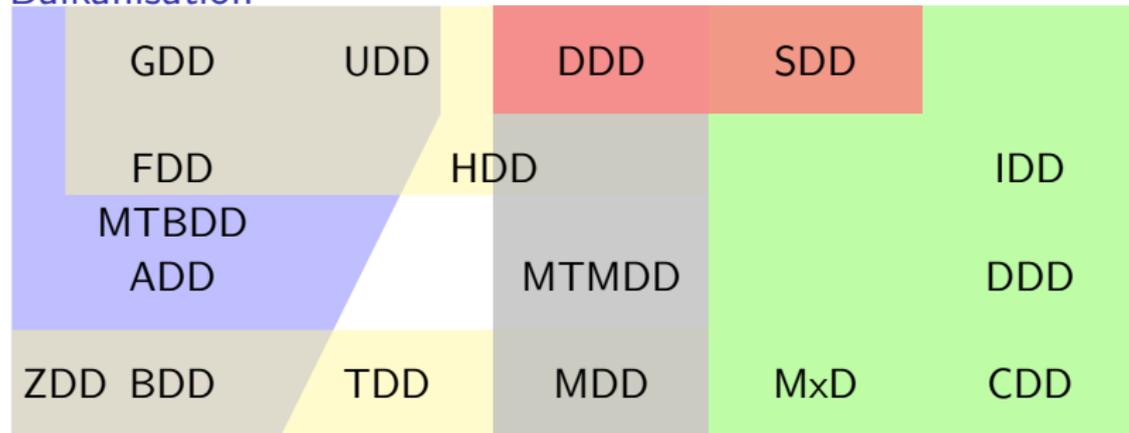
Réunification

Balkanisation



Réunification

Balkanisation

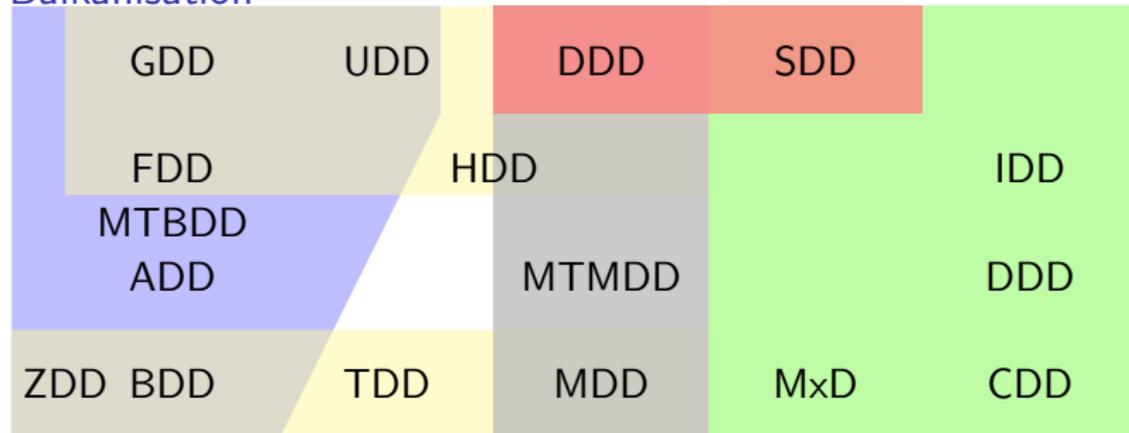


Unification

- ▶ Les principes présentés s'appliquent à (presque) tous
 - ▶ Edge-Valued (EVBDD, EVMDD) en projet

Réunification

Balkanisation

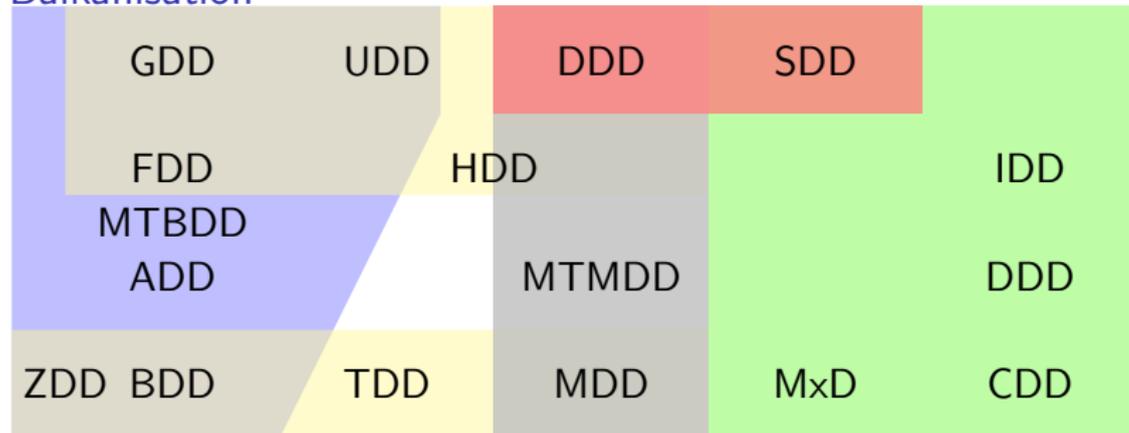


Unification

- ▶ Les principes présentés s'appliquent à (presque) tous
 - ▶ Edge-Valued (EVBDD, EVMDD) en projet
- ▶ Pourtant il n'existe aucune définition commune !

Réunification

Balkanisation



Unification

- ▶ Les principes présentés s'appliquent à (presque) tous
 - ▶ Edge-Valued (EVBDD, EVMDD) en projet
- ▶ Pourtant il n'existe aucune définition commune !
- ▶ **Nous proposons une unification de ces structures**

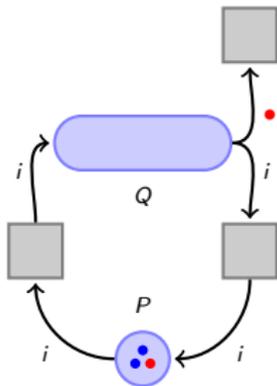
Diagrammes de Décision Contrôlés

- ▶ Unification des définitions et résultats
 - ▶ Structure
 - ▶ Optimisations
- ▶ Spécialisation : adaptation du type unifié au problème
 - ▶ Domaines des variables
 - ▶ Domaine d'entrée
 - ▶ Domaine de sortie

Diagrammes de Décision Contrôlés

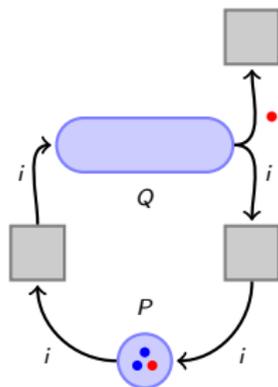
- ▶ Unification des définitions et résultats
 - ▶ Structure
 - ▶ Optimisations
- ▶ Spécialisation : adaptation du type unifié au problème
 - ▶ Domaines des variables
 - ▶ Domaine d'entrée
 - ▶ Domaine de sortie
- ▶ Spécification du domaine d'entrée par un Contrôleur
 - ▶ Description par un graphe
 - ▶ Adapté aux structures de données dynamiques
 - ▶ Description des optimisations variable par variable

Spécification : exemple



Spécification : exemple

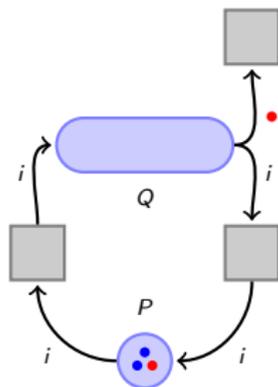
Caractéristiques des états



Spécification : exemple

Caractéristiques des états

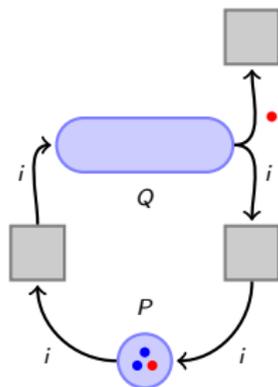
- ▶ P contient un ensemble de jetons
 - ▶ Marquage explicite (déplié)



Spécification : exemple

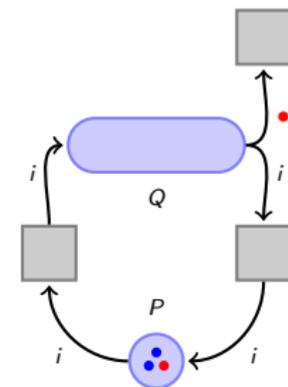
Caractéristiques des états

- ▶ P contient un ensemble de jetons
 - ▶ Marquage explicite (déplié)
- ▶ Q contient une succession de jetons
 - ▶ Séquence de jetons colorés



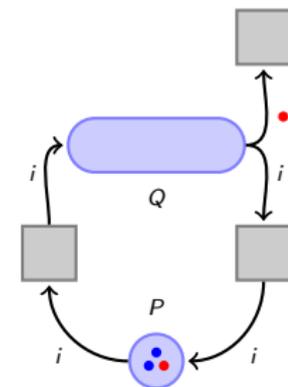
Domaine des variables

- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur



Domaine des variables

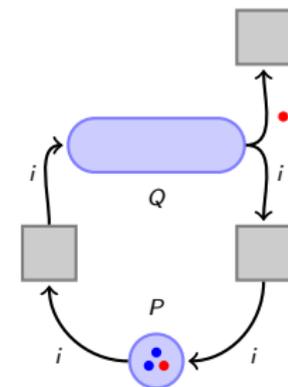
- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur



Variables

Domaine des variables

- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur

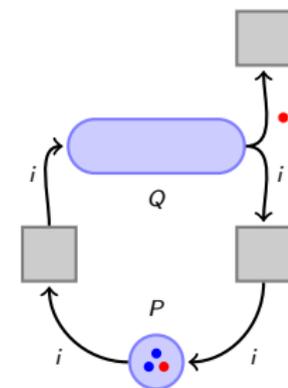


Variables

- ▶ marquage de P :

Domaine des variables

- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur

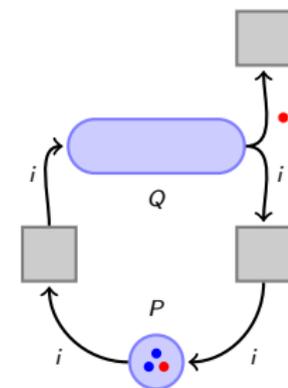


Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}

Domaine des variables

- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur

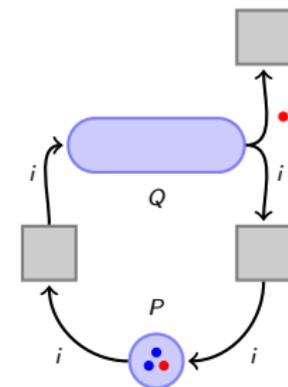


Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P :

Domaine des variables

- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur

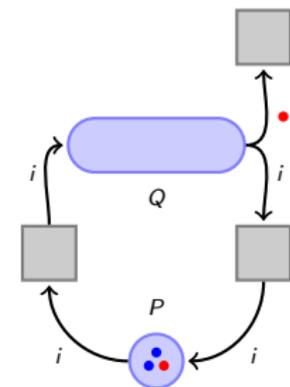


Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}

Domaine des variables

- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur

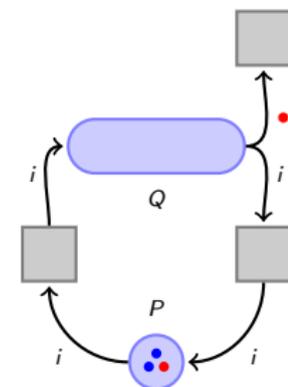


Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :

Domaine des variables

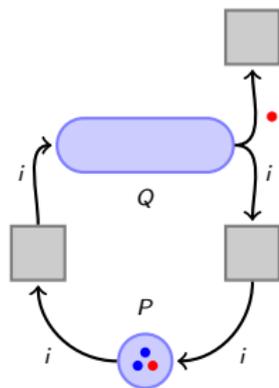
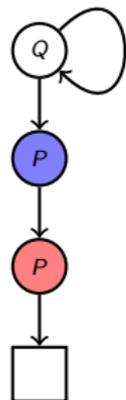
- ▶ Marquage hybride
- ▶ Marquage de la place P :
 - ▶ Nombre de jetons pour chaque couleur
 - ▶ Domaine déterminé par les bornes des marquages
- ▶ Marquage de la file Q :
 - ▶ Succession de jetons colorés
 - ▶ Domaine correspondant à la classe de couleur



Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :
liste de $\{\bullet, \bullet\} \cup \{\#\}$

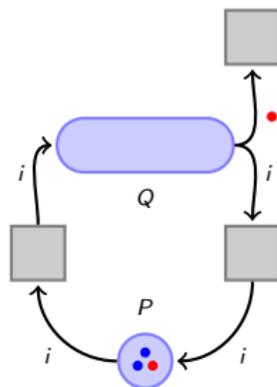
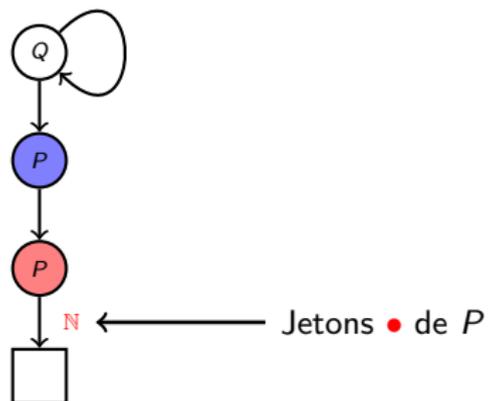
Domaine d'entrée



Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :
liste de $\{\bullet, \bullet, \#\}$

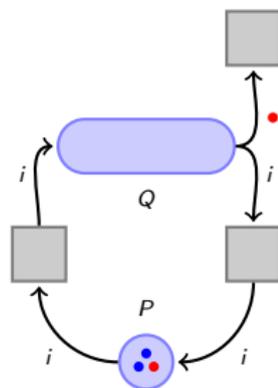
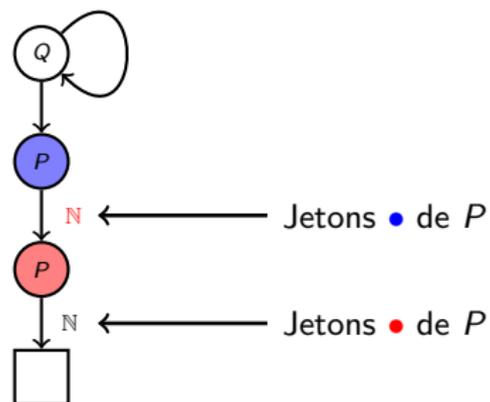
Domaine d'entrée



Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :
liste de $\{\bullet, \bullet, \#\}$

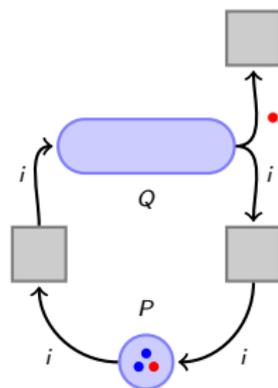
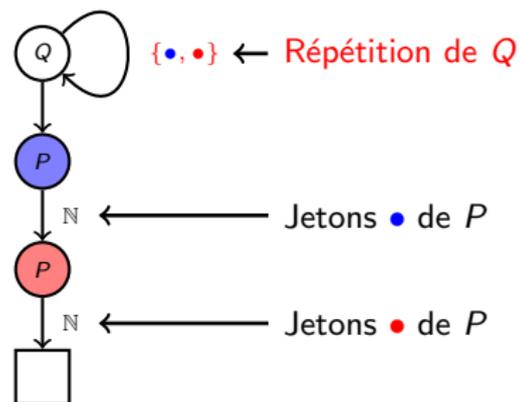
Domaine d'entrée



Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :
liste de $\{\bullet, \bullet, \#\}$

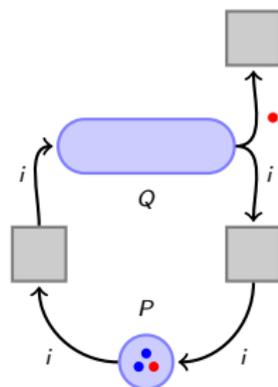
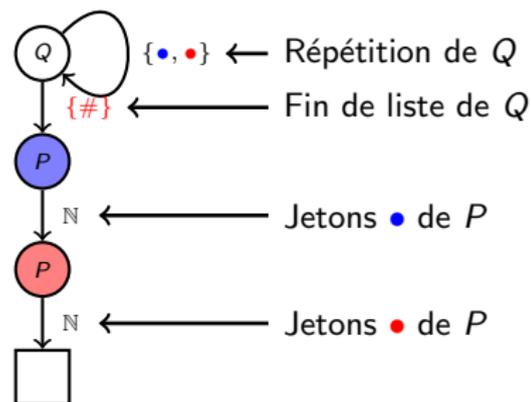
Domaine d'entrée



Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :
liste de $\{\bullet, \bullet, \#\}$

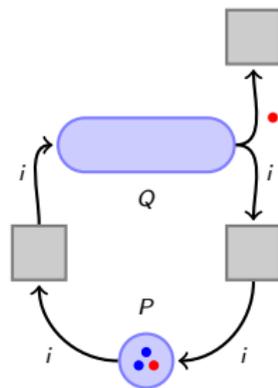
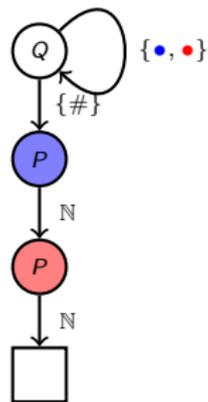
Domaine d'entrée



Variables

- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de P : \mathbb{N}
- ▶ marquage de Q :
liste de $\{•, •, \#\}$

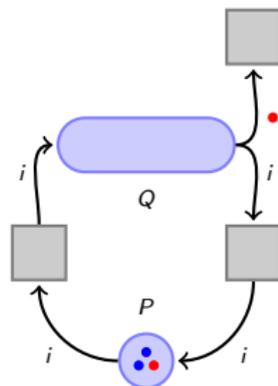
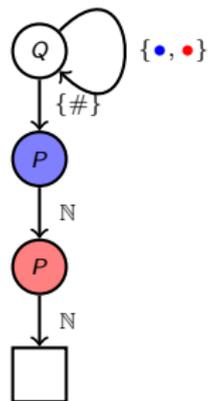
Domaine de sortie



Terminaux

- Représentation d'ensembles d'états

Domaine de sortie

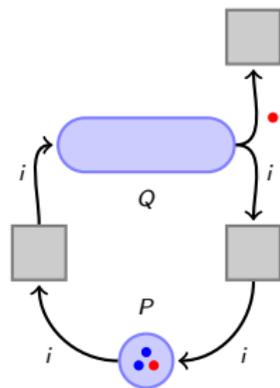
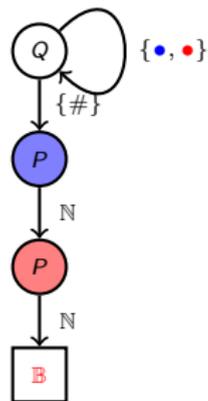


Terminaux

- Représentation d'ensembles d'états

$\implies \mathbb{B}$

Domaine de sortie

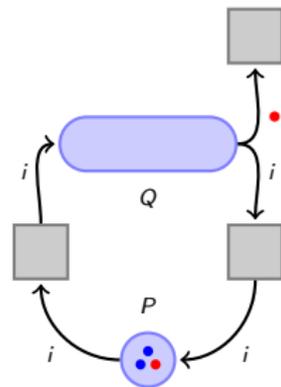
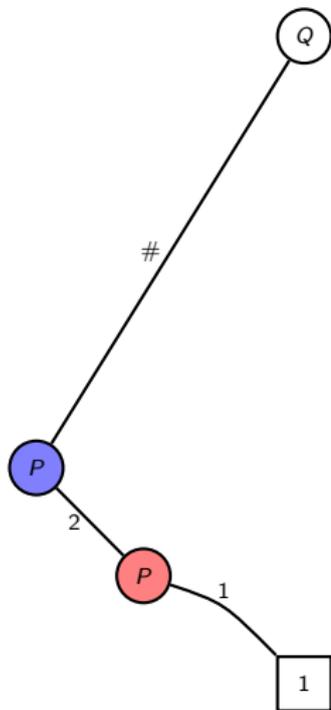
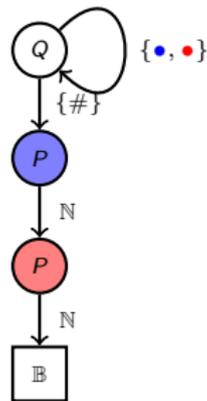


Terminaux

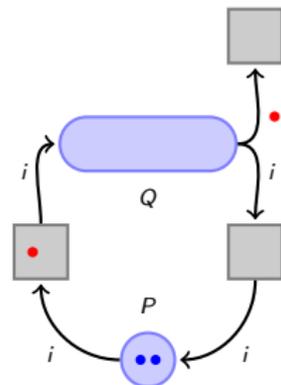
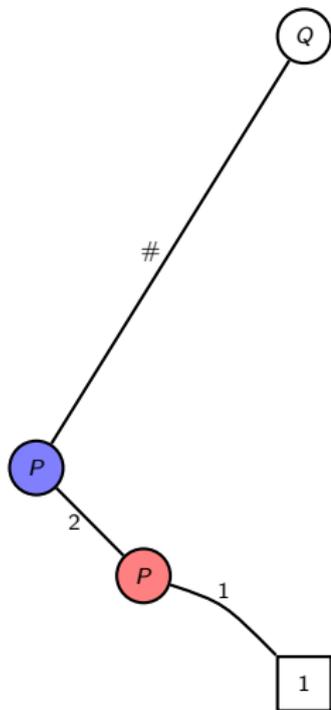
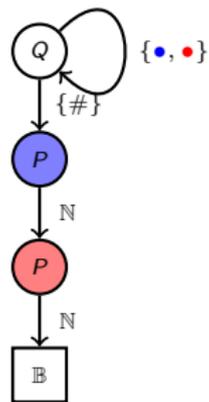
- Représentation d'ensembles d'états

$\implies \mathbb{B}$

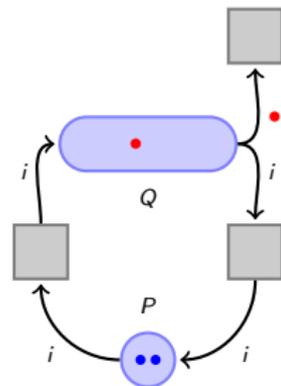
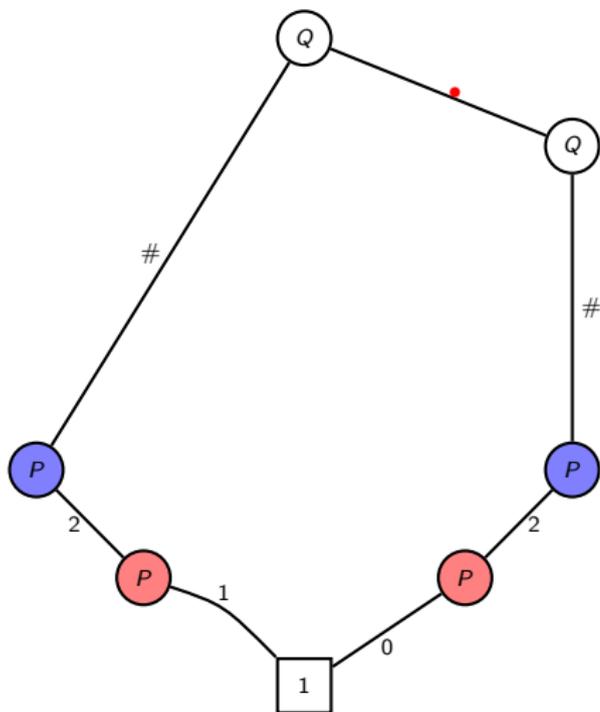
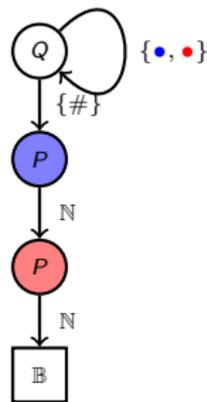
États du système



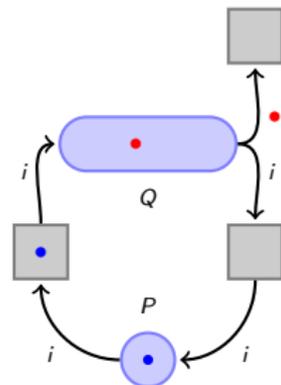
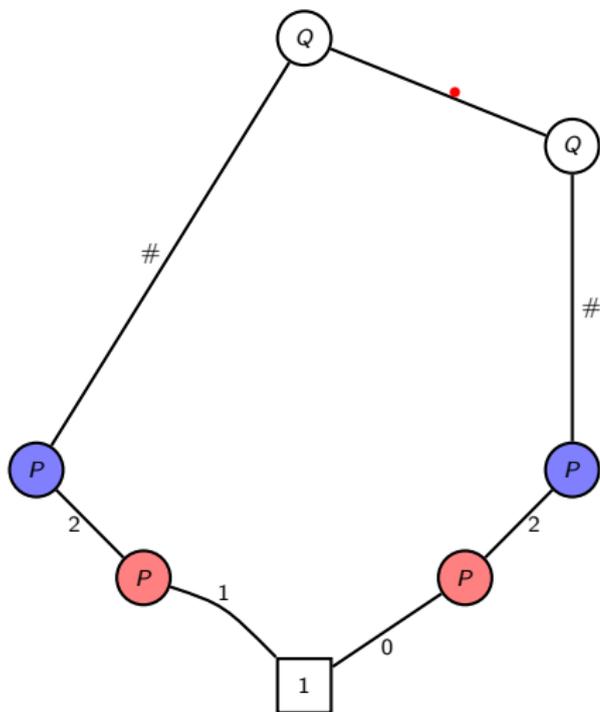
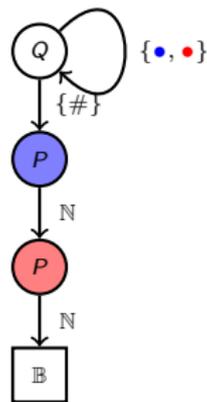
États du système



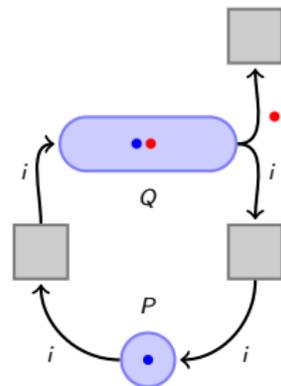
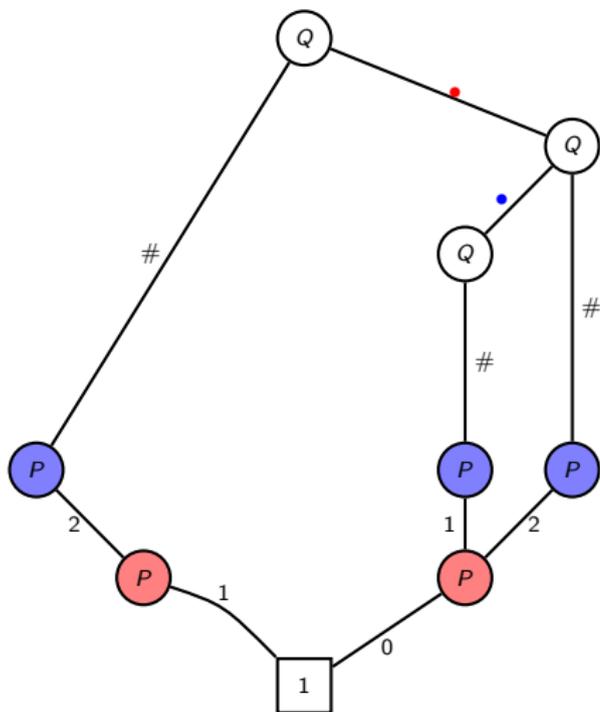
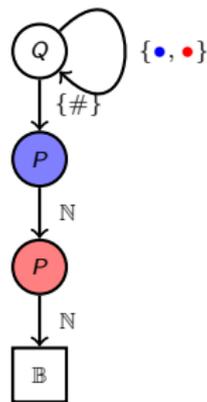
États du système



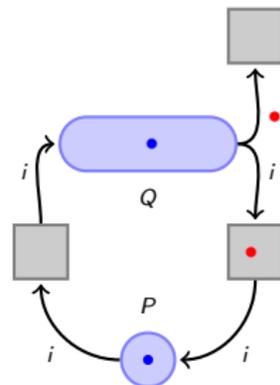
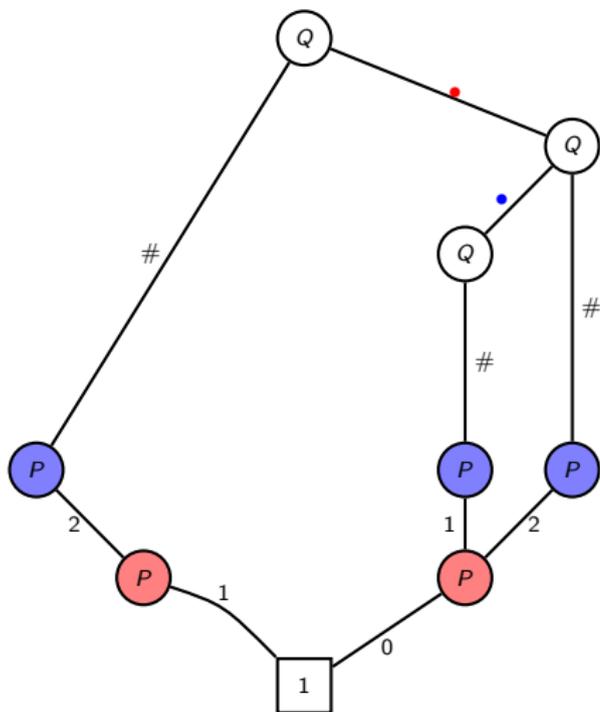
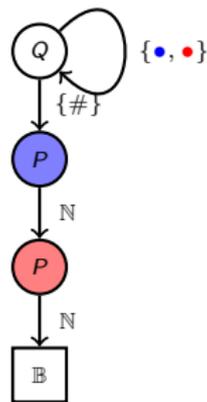
États du système



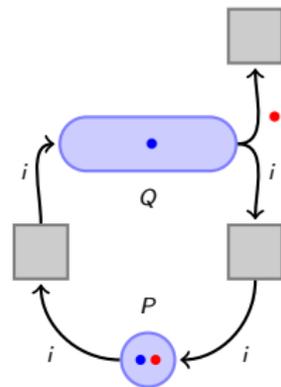
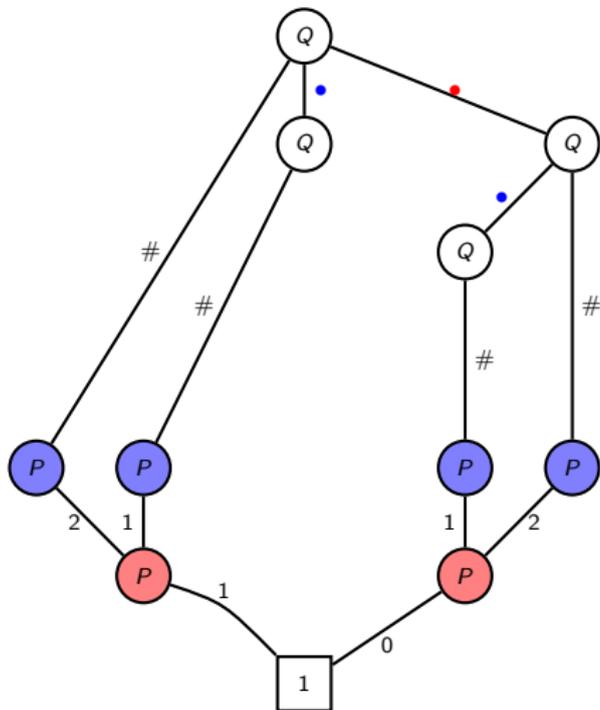
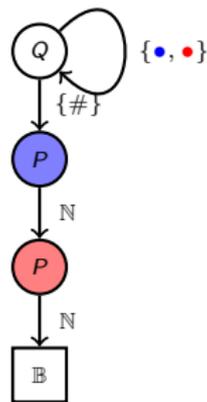
États du système



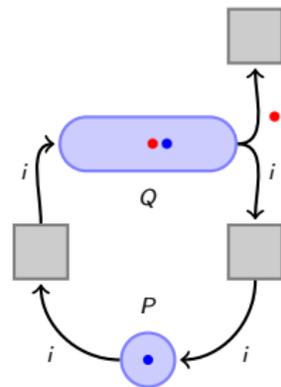
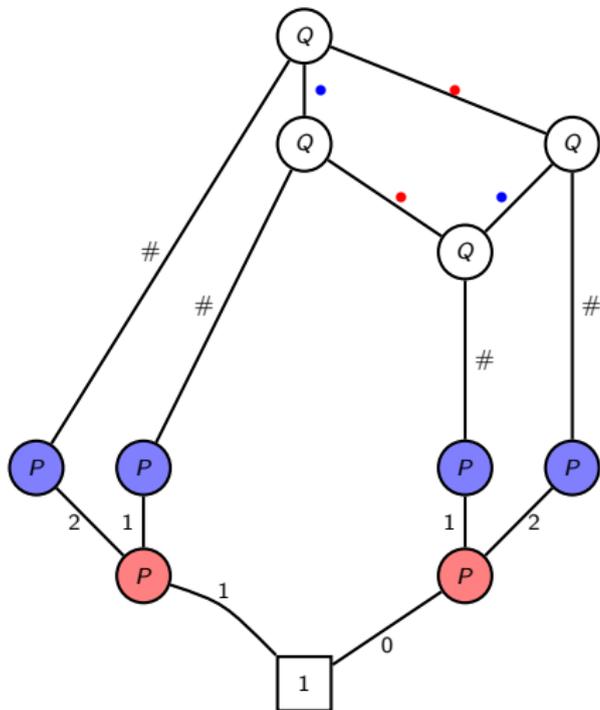
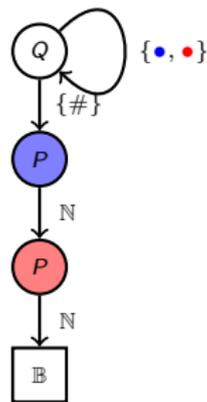
États du système



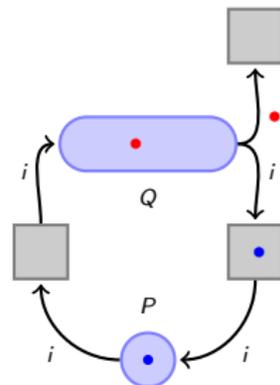
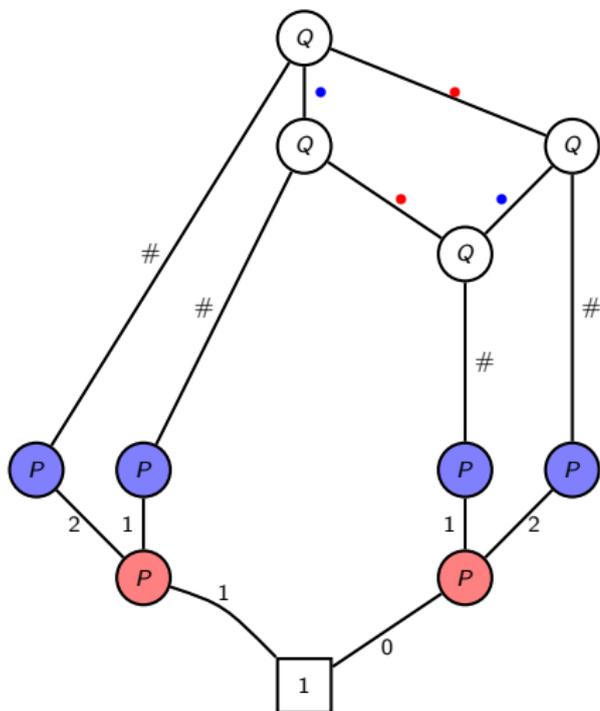
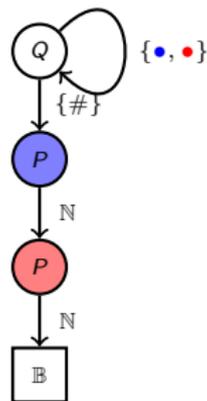
États du système



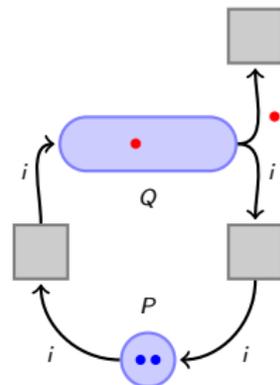
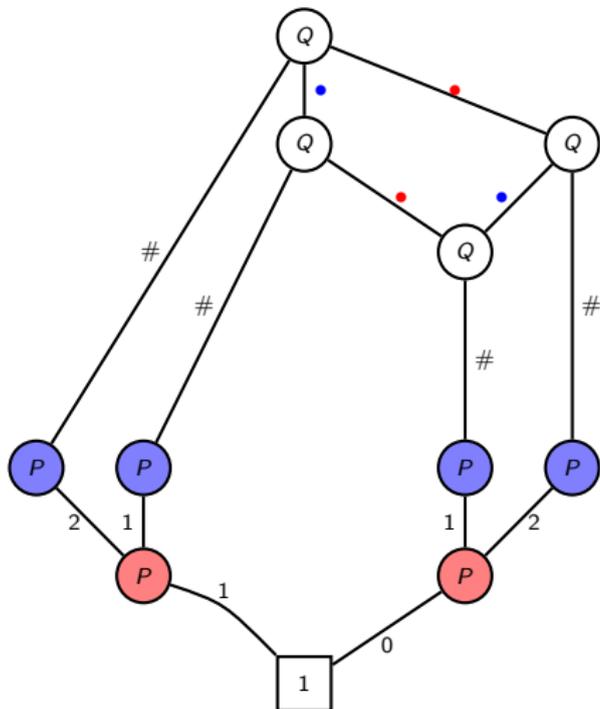
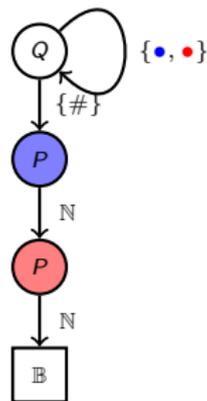
États du système



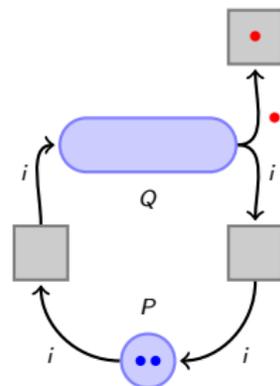
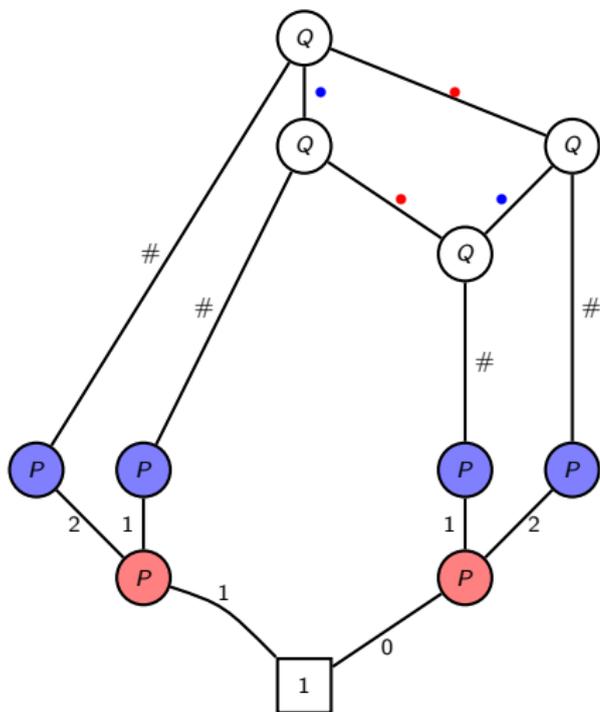
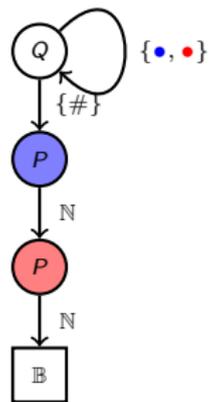
États du système



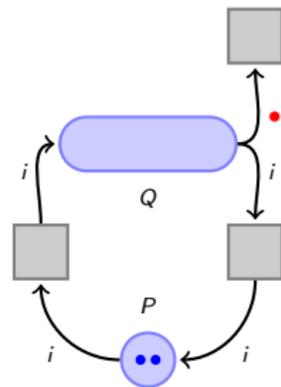
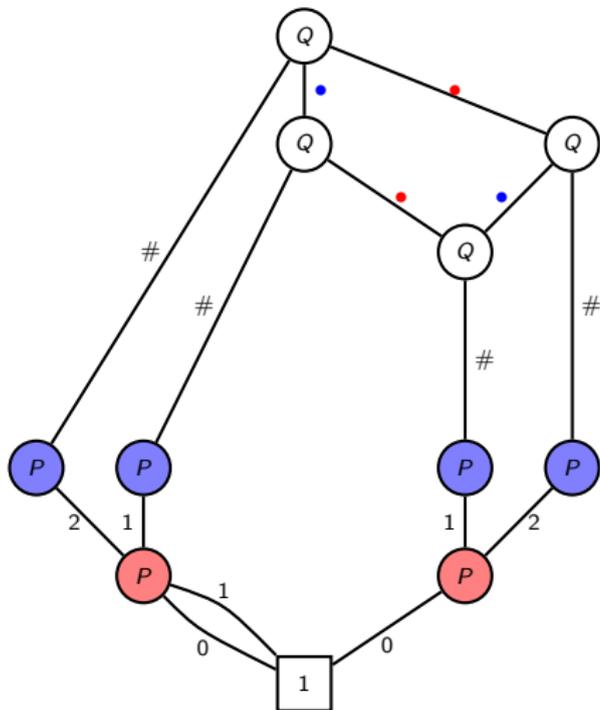
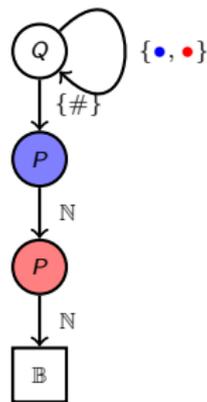
États du système



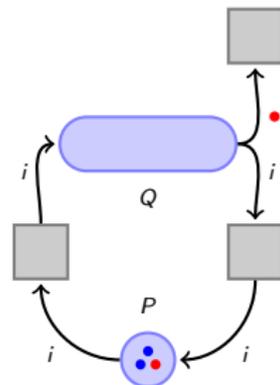
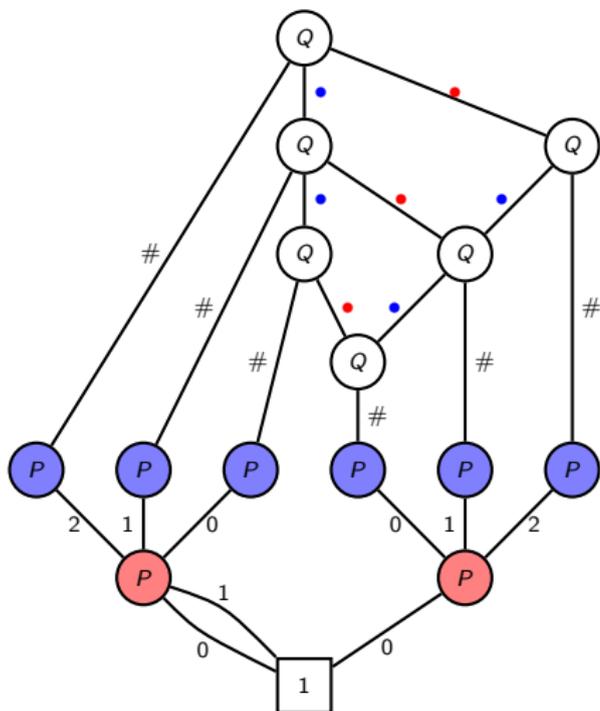
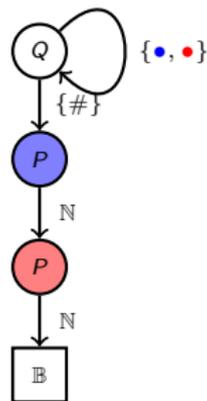
États du système



États du système

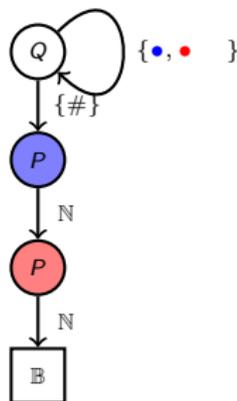


États du système



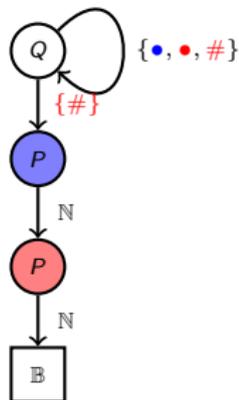
Contrôleur partitionné

- ▶ Indéterminisme possible dans le Contrôleur



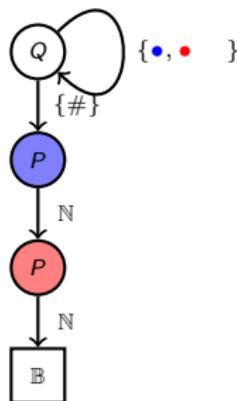
Contrôleur partitionné

- ▶ Indéterminisme possible dans le Contrôleur



Contrôleur partitionné

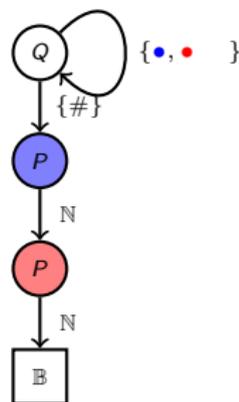
- ▶ Indéterminisme possible dans le Contrôleur
- ▶ Les domaines des arcs forment une partition du domaine du nœud



Contrôleur partitionné

- ▶ Indéterminisme possible dans le Contrôleur
- ▶ Les domaines des arcs forment une partition du domaine du nœud

Intérêt :

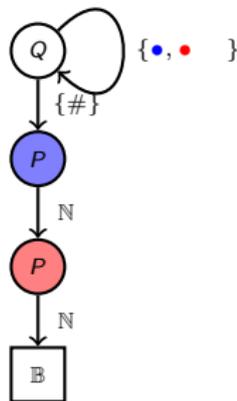


Contrôleur partitionné

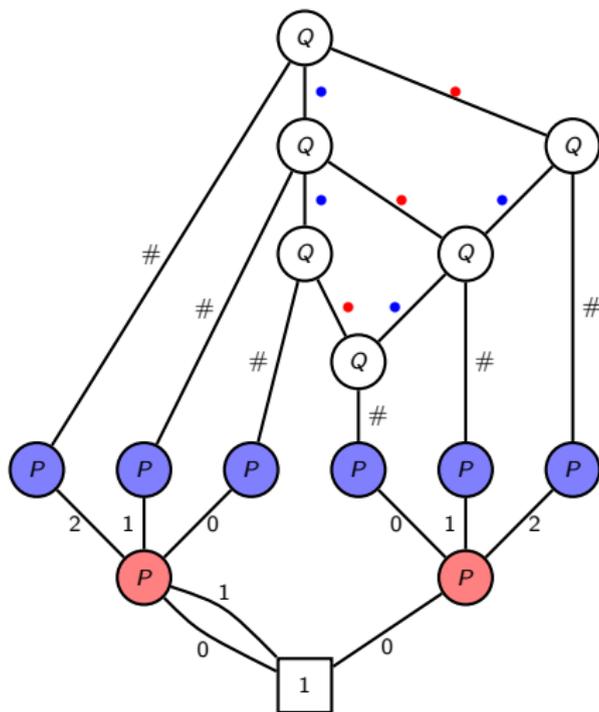
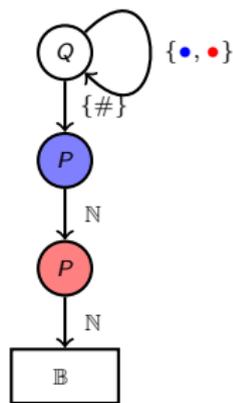
- ▶ Indéterminisme possible dans le Contrôleur
- ▶ Les domaines des arcs forment une partition du domaine du nœud

Intérêt :

- ▶ **Optimisations réversibles**
(terminal évanescent et domaines transparents)



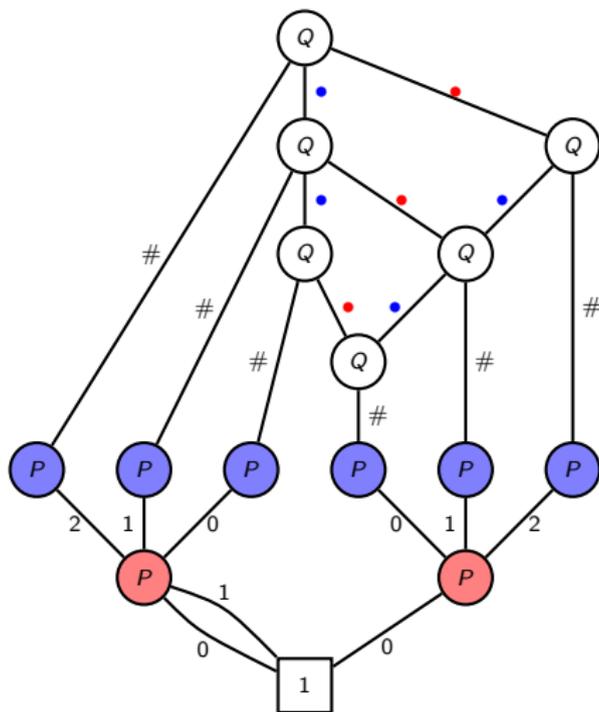
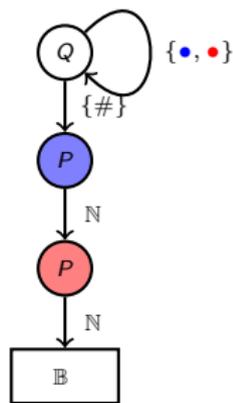
Terminal évanescent



Choix

- ▶ Marquage dense \implies terminal 1 évanescent
- ▶ Marquage creux \implies terminal 0 évanescent

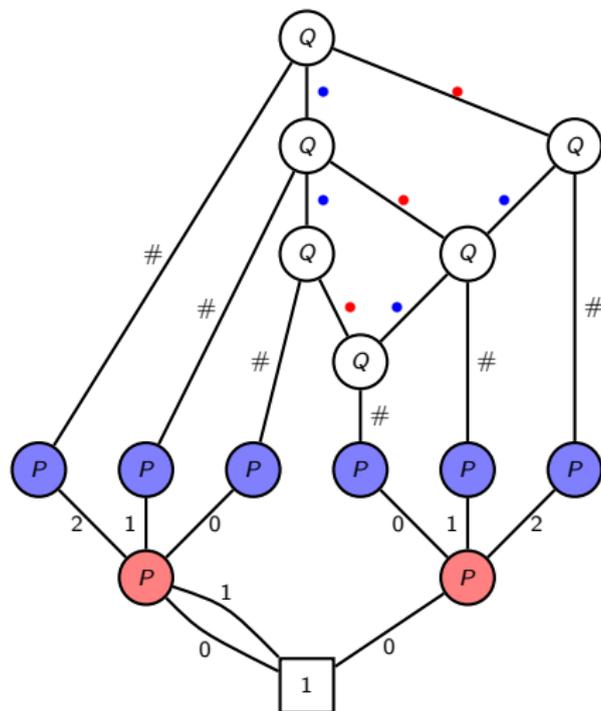
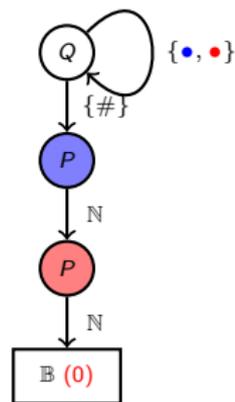
Terminal évanescent



Répétition infinie de variable

- ▶ Terminal évanescent nécessaire
- ▶ Complémentaire infini

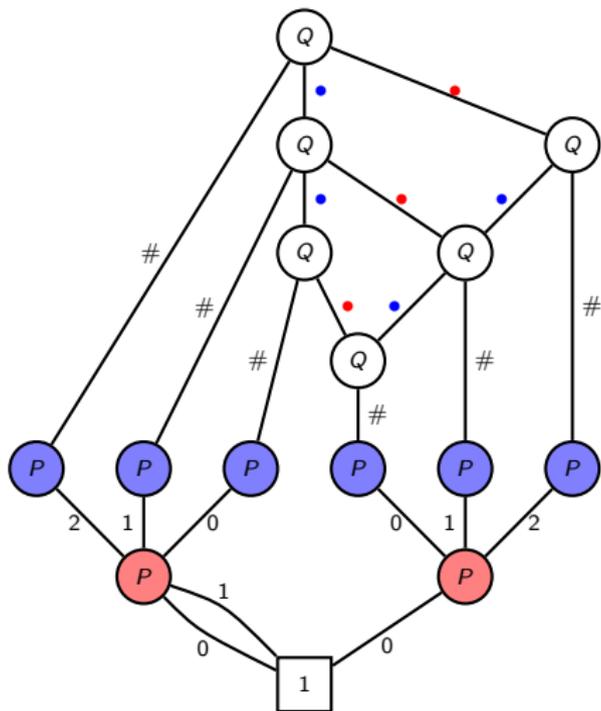
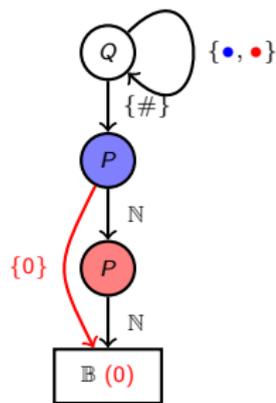
Terminal évanescent



Répétition infinie de variable

- ▶ Terminal évanescent nécessaire
- ▶ Complémentaire infini

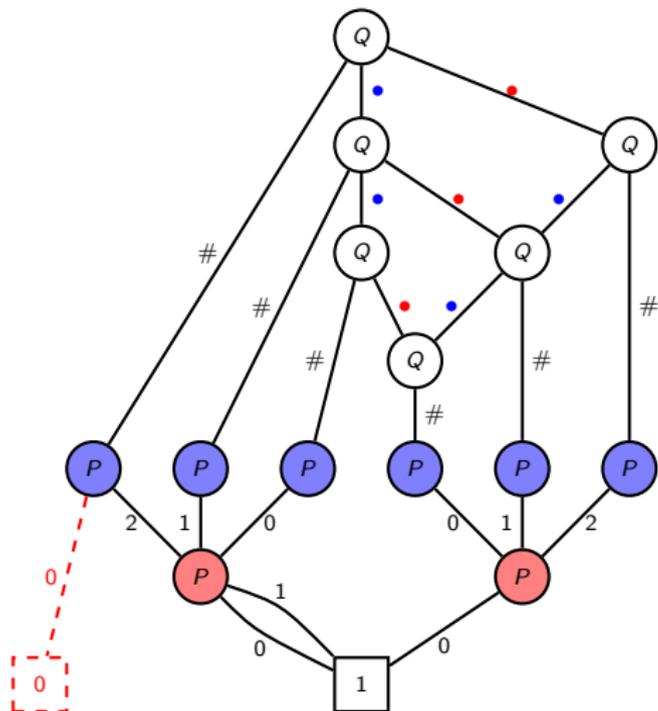
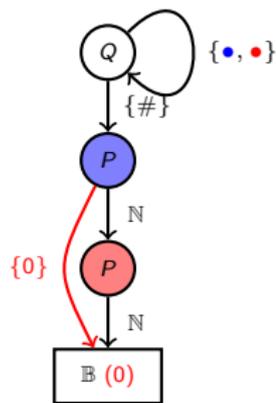
Terminal évanescent



Réversibilité

- ▶ Au plus une valeur évanescence par terminal du Contrôleur
- ▶ Contrôleur partitionné

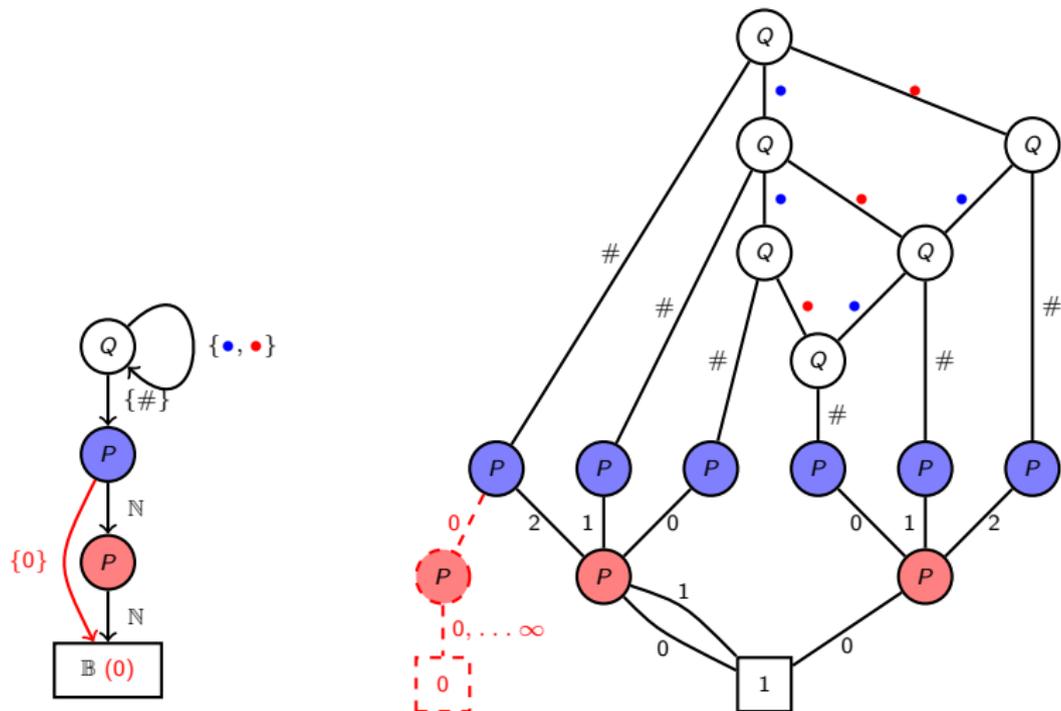
Terminal évanescent



Réversibilité

- ▶ Au plus une valeur évanescence par terminal du Contrôleur
- ▶ Contrôleur partitionné

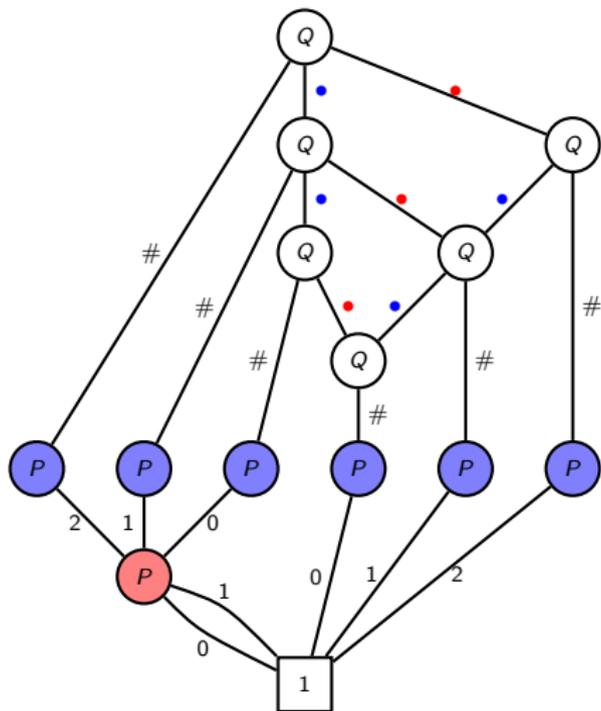
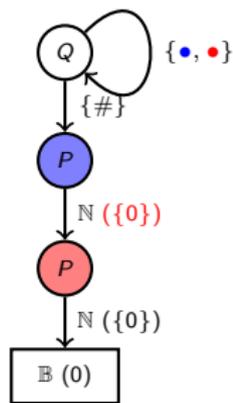
Terminal évanescent



Réversibilité

- ▶ Au plus une valeur évanescente par terminal du Contrôleur
- ▶ Contrôleur partitionné

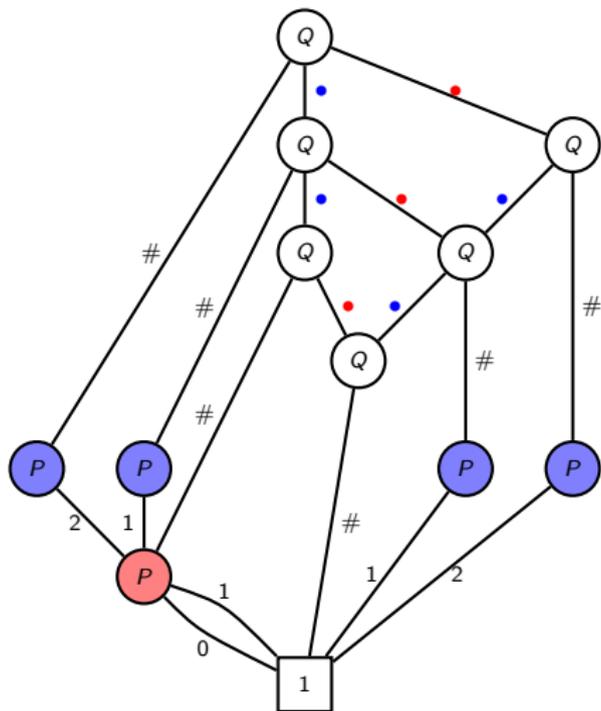
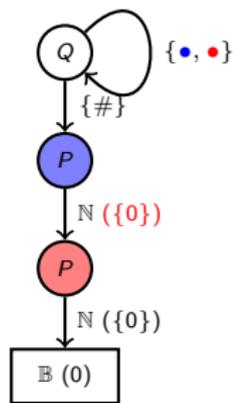
Domaines transparents



Choix pour chaque variable

- ▶ Marquage dense \implies domaine complet de la variable
- ▶ Marquage creux \implies marquage nul $\{0\}$

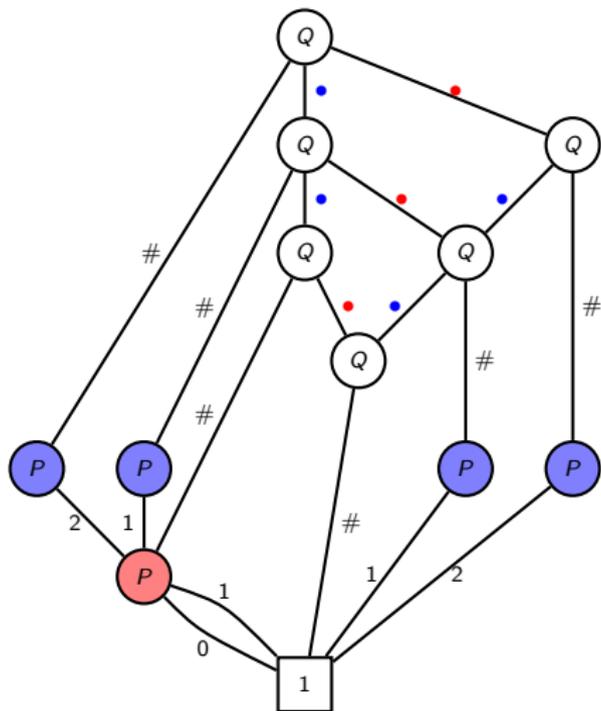
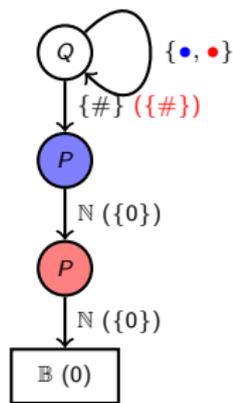
Domaines transparents



Choix pour chaque variable

- ▶ Marquage dense \implies domaine complet de la variable
- ▶ Marquage creux \implies marquage nul $\{0\}$

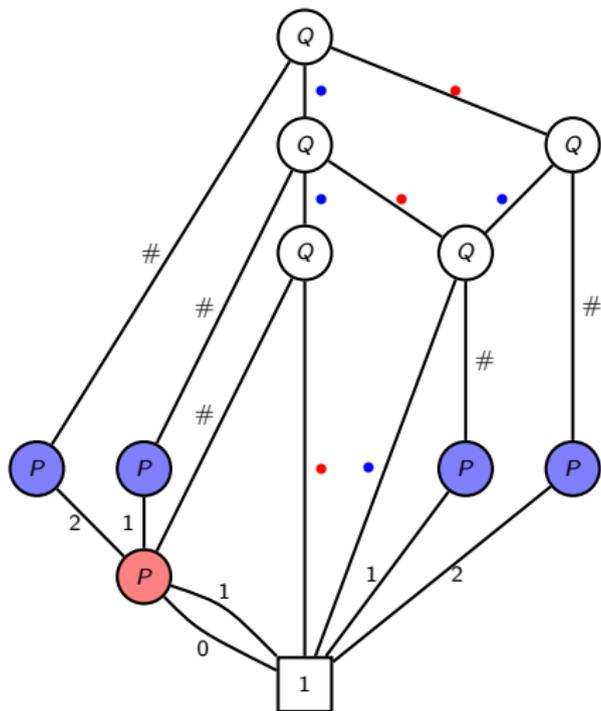
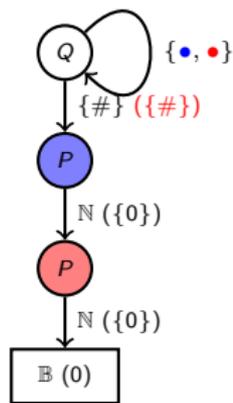
Domaines transparents



Choix pour chaque variable

- ▶ Marquage dense \implies domaine complet de la variable
- ▶ Marquage creux \implies marquage nul $\{0\}$

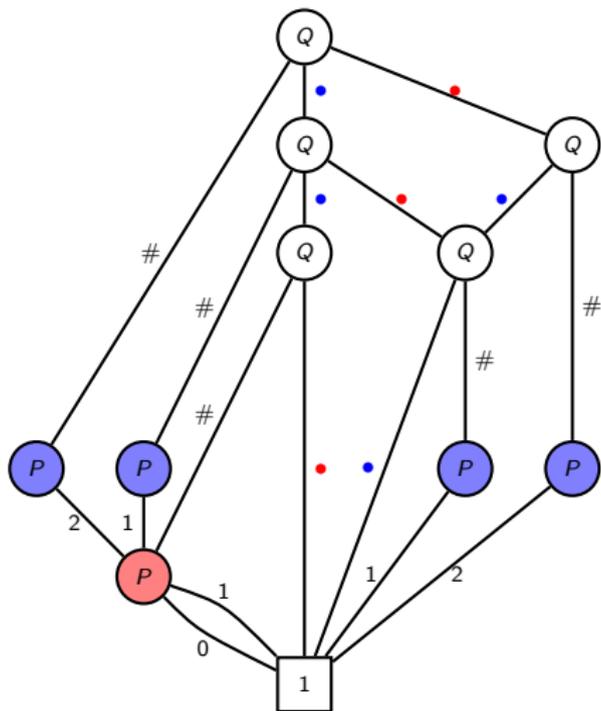
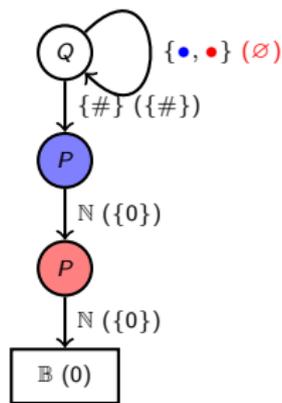
Domaines transparents



Choix pour chaque variable

- ▶ Marquage dense \implies domaine complet de la variable
- ▶ Marquage creux \implies marquage nul $\{0\}$

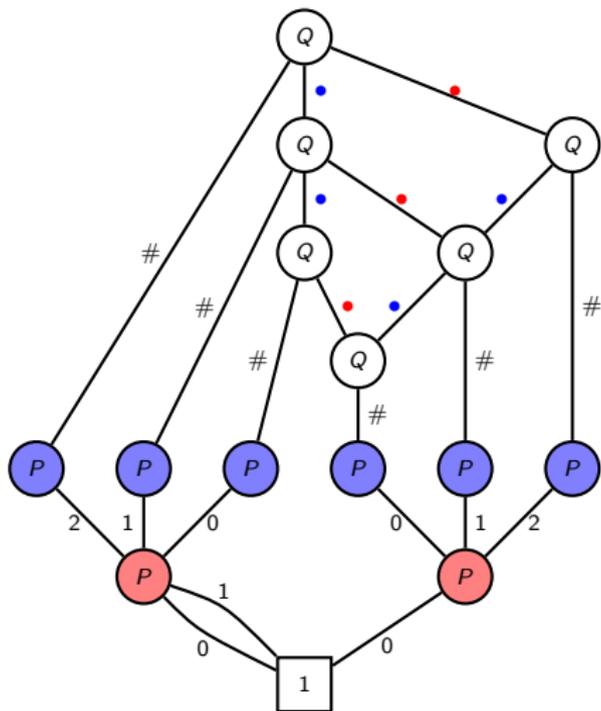
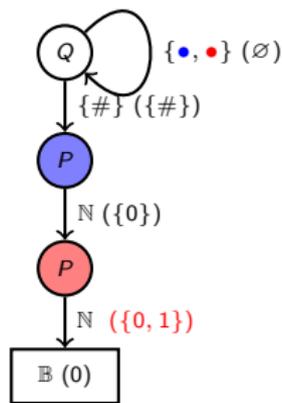
Domaines transparents



Boucles du Contrôleur

- ▶ Comment détecter qu'un élément a été optimisé ?
- ▶ Impossibilité de rendre \bullet ou \bullet transparent

Domaines transparents



Boucles du Contrôleur

- ▶ Comment détecter qu'un élément a été optimisé ?
- ▶ Impossibilité de rendre \bullet ou \bullet transparent

Expérimentations

Optimisation	Nœuds (% DD complet)					Arcs (% DD complet)				
	\emptyset	{0}	{1}	D	p	\emptyset	{0}	{1}	D	p
fms	97	77	82	97	74	72	66	68	72	66
mutex	74	40	61	70	35	59	37	50	56	34
kanban	88	71	81	88	70	70	65	68	70	64
ring	95	51	82	95	51	69	46	62	69	46
loop	100	88	88	99	86	100	93	93	100	93

	optimisation existante
	nouvelle optimisation

- ▶ Terminal évanescent 0
- ▶ Évaluation pour différents domaines transparents
- ▶ Le DD complet est (si possible) sans terminal évanescent ni domaines transparents
- ▶ loop nécessite une boucle dans le Contrôleur
⇒ terminal évanescent 0 obligatoire

Expérimentations

Optimisation	Nœuds (% DD complet)					Arcs (% DD complet)				
	\emptyset	{0}	{1}	D	p	\emptyset	{0}	{1}	D	p
fms	97	77	82	97	74	72	66	68	72	66
mutex	74	40	61	70	35	59	37	50	56	34
kanban	88	71	81	88	70	70	65	68	70	64
ring	95	51	82	95	51	69	46	62	69	46
loop	100	88	88	99	86	100	93	93	100	93

	optimisation existante		meilleur résultat
	nouvelle optimisation		bon résultat

- ▶ Terminal évanescent 0
- ▶ Évaluation pour différents domaines transparents
- ▶ Le DD complet est (si possible) sans terminal évanescent ni domaines transparents
- ▶ loop nécessite une boucle dans le Contrôleur
⇒ terminal évanescent 0 obligatoire

Expérimentations

Optimisation	Nœuds (% DD complet)					Arcs (% DD complet)				
	\emptyset	{0}	{1}	D	p	\emptyset	{0}	{1}	D	p
fms	97	77	82	97	74	72	66	68	72	66
mutex	74	40	61	70	35	59	37	50	56	34
kanban	88	71	81	88	70	70	65	68	70	64
ring	95	51	82	95	51	69	46	62	69	46
loop	100	88	88	99	86	100	93	93	100	93

	optimisation existante		meilleur résultat
	nouvelle optimisation		bon résultat

- ▶ Terminal évanescent 0
- ▶ Évaluation pour différents domaines transparents
- ▶ Le DD complet est (si possible) sans terminal évanescent ni domaines transparents
- ▶ loop nécessite une boucle dans le Contrôleur
⇒ terminal évanescent 0 obligatoire

Conclusion et perspectives

Unification

- ▶ Unification de nombreux types de Diagrammes de Décision
 - ▶ Extension aux Edge-Valued à réaliser
- ▶ Implémentation en cours

Ordre pour les structures dynamiques

- ▶ Représentation de l'ordre par un Contrôleur
- ▶ Extension des optimisations aux structures dynamiques
- ▶ Spécification des optimisations variable par variable